

Ćwiczenie

Temat: Wyznaczanie ogniskowej soczewki skupiającej metodą Bessela

1. Wstęp

Soczewka skupiająca (znana też jako soczewka dodatnia) ogniskuje promienie światła równoległe do osi optycznej w swoim ognisku, w odległości równej ogniskowej f od środka soczewki. Ogniskowa jest podstawowym parametrem charakteryzującym soczewkę i zależy od jej promieni krzywizny oraz współczynnika załamania materiału. Tradycyjnie ogniskową soczewki cienkiej można wyznaczyć, korzystając z równania soczewkowego:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b},$$

gdzie a oznacza odległość przedmiotu od soczewki, b – odległość obrazu od soczewki, a f jest ogniskową. Dla obrazu rzeczywistego (na ekranie) wielkości a , b i f traktujemy jako dodatnie. W praktyce laboratoryjnej bezpośredni pomiar a i b może być obarczony błędem, dlatego korzysta się z metod pośrednich zwiększających dokładność. Jedną z takich metod jest metoda Bessela. Polega ona na tym, że dla stałej, odpowiednio dużej odległości między przedmiotem a ekranem istnieją dwa położenia soczewki skupiającej, w których na ekranie powstaje ostry obraz – raz powiększony, a raz pomniejszony. Odległość między tymi dwoma położeniami soczewki pozwala obliczyć ogniskową bez bezpośredniego pomiaru a i b . Celem ćwiczenia jest wyznaczenie ogniskowej danej soczewki skupiającej metodą Bessela oraz zapoznanie się z właściwościami obrazu powstającego przy różnych ustawieniach soczewki (obrazy powiększone i pomniejszone).

2. Przygotowanie do ćwiczenia

W ramach przygotowania do ćwiczenia należy powtórzyć i zrozumieć następujące zagadnienia teoretyczne:

- Konstrukcja i zasady obrazowania dla soczewek cienkich
- Równanie soczewkowe oraz pojęcie ogniskowej i zdolności skupiającej soczewki
- Pojęcie obrazu rzeczywistego i pozornego
- Metoda Bessela wyznaczania ogniskowej – założenia metody i wyprowadzenie wzoru na ogniskową. Szczególnie ważne jest zrozumienie zależności: jeżeli L oznacza stałą odległość między przedmiotem a ekranem, a d – odległość między dwoma położeniami soczewki dającymi ostry obraz, to ogniskową soczewki można

obliczyć ze wzoru:

$$f = \frac{L^2 - d^2}{4L},$$

przy czym warunkiem istnienia dwóch położen soczewki jest spełnienie nierówności $L \geq 4f$.

Układ złożony z dwóch soczewek może wykazywać własności optyczne, których nie posiada żadna z soczewek osobno. Kombinacja soczewki skupiającej (dodatniej) i soczewki rozpraszającej (ujemnej) jest często stosowana w przyrządach optycznych, takich jak lunety (układ Keplera lub Galileusza) czy okulary korekcyjne. Soczewka rozpraszająca sama w sobie nie tworzy na ekranie rzeczywistego obrazu dla przedmiotu rzeczywistego – daje jedynie obraz pozorny (niezbieźny w przestrzeni, widoczny np. przez okular, ale nie na ekranie). Jednak w połączeniu z soczewką skupiającą można uzyskać obraz rzeczywisty na ekranie i tym samym pośrednio wyznaczyć ogniskową soczewki rozpraszającej.

Ogniskowa soczewki rozpraszającej jest definiowana podobnie jak dla soczewki skupiającej – to odległość (ze znakiem ujemnym) od soczewki, w której jej obrazowałby promień równoległy (dla soczewki rozpraszającej promień równoległy po przejściu przez soczewkę rozbiegną się tak, jakby pochodziły z ogniska znajdującego się *przed* soczewką). Wartość ogniskowej soczewki rozpraszającej możemy wyznaczyć, łącząc ją z soczewką skupiającą i traktując ten układ jako tzw. układ optyczny złożony. Dla dwóch soczewek cienkich ustawionych blisko siebie (praktycznie w kontakcie) obowiązuje zależność na zdolność skupiającą układu:

$$P_{\text{ukł}} = P_1 + P_2,$$

gdzie $P = 1/f$ (odwrotność ogniskowej, wyrażona np. w dioptriach) – stąd ogniskową f układu dwóch soczewek połączonych można znaleźć z:

$$\frac{1}{f_{\text{ukł}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}.$$

Jeżeli jedna z soczewek jest rozpraszająca, to jej ogniskowa f_2 jest ujemna, zatem wspólny układ może mieć ogniskową dłuższą niż soczewka skupiająca samodzielnie (mniejsza zdolność skupiająca), a w skrajnym przypadku – przy bardzo silnej soczewce rozpraszającej – układ może w ogóle stracić zdolność tworzenia obrazu rzeczywistego (ogniskowa efektywna stałaby się ujemna). W niniejszym ćwiczeniu celem jest zbadanie własności układu złożonego z soczewki skupiającej i rozpraszającej. W szczególności: wyznaczenie ogniskowej układu dwóch soczewek oraz na tej podstawie obliczenie ogniskowej samej soczewki rozpraszającej, a także obserwacja wpływu wzajemnej odległości soczewek na powstawanie obrazu.

3. Wykorzystany sprzęt

- Ława optyczna z podziałką liniową (umożliwiająca precyzyjne ustawienie odległości elementów optycznych).
- Soczewka skupiająca o nieznanej dokładnie ogniskowej (badana soczewka).
- Ekran do obserwacji powstałego obrazu.
- Przedmiot optyczny – przezroczysta płytka z wzorem (np. strzałką, siatką lub literą) podświetlona lampą
- Przyrząd pomiarowy do odczytu odległości (podziałka na ławie).

4. Przebieg ćwiczenia

Ćwiczenie 1

1. Rozstawienie układu: Ustaw przedmiot i ekran na przeciwległych końcach ławy optycznej. Odległość między przedmiotem a ekranem (oznacz ją jako L) dobierz na tyle dużą, aby spełniony był warunek $L \geq 4f$ (można oszacować wstępnie f na podstawie danych katalogowych soczewki lub wcześniejszego zgrubnego pomiaru). Przykładowo, zacznij od L w zakresie 80–100 cm, co zwykle wystarcza dla soczewek o ogniskowych do około 20 cm.
2. Ustawienie soczewki – obraz powiększony: Umieść badaną soczewkę na ławie między przedmiotem a ekranem. Przesuwaj soczewkę wzdłuż ławy, zaczynając od położenia bliższego przedmiotowi. Obserwuj obraz na ekranie i odszukaj takie położenie soczewki, przy którym na ekranie pojawi się ostry, wyraźny obraz. Jeśli obraz jest powiększony (większy niż rzeczywisty przedmiot), to właśnie znalazłeś pierwsze położenie soczewki. Zanotuj pozycję soczewki na podziałce ławy (oznacz tę pozycję jako x_1). Zanotuj również odległości: a_1 – odległość soczewki od

przedmiotu oraz b_1 – odległość soczewki od ekranu (powinny spełniać $a_1 + b_1 \approx L$, z drobnym błędem wynikającym z grubości uchwytów itp.).

3. Drugie położenie soczewki – obraz pomniejszony: Kontynuuj przesuwanie soczewki dalej w kierunku ekranu. Obraz na ekranie najpierw straci ostrość, a następnie – po pewnym przesunięciu – ponownie stanie się ostry. To drugie położenie soczewki da ostry obraz, który tym razem będzie pomniejszony (mniejszy niż przedmiot). Gdy uzyskasz ostry obraz pomniejszony, zatrzaśnij soczewkę i zanotuj jej pozycję na podziałce (oznacz jako x_2). Zmierz odpowiadające odległości a_2 (soczewka–przedmiot) oraz b_2 (soczewka– ekran) dla tego położenia (powinny spełniać $a_2 + b_2 \approx L$).
4. Pomiary wielkości doświadczalnych: Oblicz różnicę położen soczewki między dwoma ostrymi obrazami:

$$d = x_2 - x_1.$$

(Równoważnie, można wyliczyć d jako $a_2 - a_1$ lub $b_1 - b_2$. – te różnice również powinny równać się d w idealnym przypadku.) Zmierz również całkowitą odległość między przedmiotem a ekranem L (np. od żarówki przedmiotu do powierzchni ekranu). Dla zwiększenia dokładności pomiaru możesz powtórzyć całą procedurę dla różnych wartości L (np. skracając lub wydłużając nieco odległość między przedmiotem a ekranem w dopuszczalnym zakresie) i za każdym razem wyznaczyć nowe d . Upewnij się, że zawsze spełniony jest warunek $L \geq 4f$ (co potwierdzałoby teoretyczną granicę metody Bessela). Można również rozważyć doświadczenie z soczewką rozpraszającą – na przykład spróbować wykonać metodę Bessela dla układu dwóch soczewek (skupiającej i rozpraszającej), co stanowi naturalne przejście do kolejnego ćwiczenia.

Ćwiczenie 2. Badanie układu dwóch soczewek – soczewka skupiająca i rozpraszająca

1. Wykorzystany sprzęt

- Ława optyczna z podziałką (taka sama jak w ćwiczeniu 1).
- Soczewka skupiająca o znanej ogniskowej f_1 (najlepiej dość krótka ogniskowa, aby układ dwóch soczewek zachował zdolność skupiającą; można użyć tej samej soczewki badanej w ćwiczeniu 1, o ile znamy już jej f z poprzedniego pomiaru).
- Soczewka rozpraszająca (ogniskowa f_2 ujemna, wartość bezwzględna porównywalna z ogniskową soczewki skupiającej).
- Uchwyt umożliwiający zamocowanie dwóch soczewek współosiowo w regulowanej odległości od siebie (np. dwie karetki na ławie optycznej). W szczególności przydatny będzie wspólny uchwyt, który pozwoli zamocować soczewki tuż obok siebie (symulując $d \approx 0$).
- Przedmiot i ekran – takie same jak w ćwiczeniu 1 (oświetlony obiekt testowy oraz ekran do obserwacji obrazu).
- Źródło światła

2. Przebieg ćwiczenia

Uwaga wstępna: Zaleca się najpierw przeprowadzić pomiar ogniskowej soczewki skupiającej (ćwiczenie 1), jeśli nie został on jeszcze wykonany. Znajomość f_1 ułatwi dalsze etapy.

1. Konfiguracja soczewek w kontakcie ($d = 0$): Umieść soczewkę skupiającą i rozpraszającą w jednym wspólnym uchwycie, tak aby przylegały do siebie i ich osi optyczne pokrywały się. W ten sposób odległość między soczewkami jest zanedbywalna ($d \approx 0$). Traktuj ten układ dwóch soczewek jak jedną “efektywną” soczewkę. Ustaw przedmiot na jednym końcu ławy, a ekran na drugim – podobnie jak w ćwiczeniu 1 – tak, by odległość między przedmiotem a ekranem była dość duża (np. około 1 m). Spróbuj uzyskać ostry obraz na ekranie, przesuając cały układ dwóch soczewek razem (utrzymując je w kontakcie) wzdłuż ławy. Znajdź położenie, w którym na ekranie pojawia się ostry obraz testowego przedmiotu. Zmierz odległość między środkiem układu soczewek a ekranem – będzie ona przybliżoną ogniskową $f_{ukł}$ układu (ponieważ przedmiot jest stosunkowo daleko, można przyjąć, że $a \gg f_{ukł}$ i wtedy $b \approx f_{ukł}$). Dla większej dokładności możesz zamiast tego zastosować metodę Bessela: wyznacz dwie pozycje układu soczewek (traktowanych jako jedna soczewka) dające ostry obraz na ekranie przy stałej

odległości L między przedmiotem a ekranem. Zmierz odległość d między tymi pozycjami i oblicz $f_{ukł}$ ze wzoru Bessela. Obie metody (bezpośrednia i Besselowska) dla układu w kontakcie powinny dać zbliżone wyniki $f_{ukł}$. Zanotuj wyznaczoną ogniskową efektywną układu dwóch soczewek w kontakcie.

2. Wyznaczenie ogniskowej soczewki rozpraszającej: Mając $f_{ukł}$ dla soczewek w kontakcie oraz znaną ogniskową soczewki skupiającej f_1 , oblicz ogniskową f_2 soczewki rozpraszającej ze wzoru:

$$\frac{1}{f_{ukł}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Przekształcając, otrzymasz:

$$f_2 = \frac{f_1 \cdot f_{ukł}}{f_1 - f_{ukł}},$$

przy czym powinieneś otrzymać wartość f_2 ujemną (co będzie świadczyć, że soczewka jest rozpraszająca, zgodnie z oczekiwaniami). Zapamiętaj tę otrzymaną wartość – będzie to ogniskowa soczewki rozpraszającej. W dalszej części możesz zweryfikować tę wartość innymi metodami.

3. Konfiguracja soczewek z odstępem ($d > 0$): Teraz zbadaj, jak zachowuje się układ, gdy soczewki nie są w kontakcie. Ustaw soczewkę skupiającą i rozpraszającą na ławie optycznej w odległości d od siebie (zmierz tę odległość między ich środkami). Zaczynij od odległości rzędu kilkudziesięciu centymetrów, np. $d = 30\text{ cm}$. Soczewkę skupiającą (pierwszą od strony przedmiotu) umieść bliżej przedmiotu, a rozpraszającą za nią – bliżej ekranu. Przy ustalonej odległości d spróbuj otrzymać ostry obraz na ekranie, przesuając obie soczewki jednocześnie (utrzymuj stały dystans między nimi, np. mocując je na dwóch wózkach przesuwanych razem). Być może konieczne będzie również drobne skorygowanie wzajemnej odległości d lub przesunięcie osobno jednej z soczewek, aby dokładnie zogniskować obraz – procedura ta może wymagać cierpliwości, gdyż ostrość zależy od trzech zmiennych (a , b i d). Gdy uzyskasz ostry obraz, zanotuj położenia soczewek na ławie (lub odległości a – od przedmiotu do soczewki skupiającej, s – między soczewkami, oraz b – od soczewki rozpraszającej do ekranu).
4. Analiza układu z odstępem: Mając zanotowane wartości (np. a , s , b), przeprowadź analizę z wykorzystaniem równania soczewkowego w dwóch etapach: najpierw dla soczewki skupiającej, potem dla rozpraszającej. Soczewka skupiająca tworzy obraz położony w odległości b_1 za nią, spełniający

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b_1}$$

Ten obraz służy jako przedmiot pozorny dla soczewki rozpraszającej. Oblicz efektywną odległość tego przedmiotu od soczewki rozpraszającej: będzie to

$$a_2 = b_1 - s \quad (\text{jeśli } b_1 > s)$$

obraz utworzony przez pierwszą soczewkę leżałby za drugą soczewką, co oznacza przedmiot pozorny dla drugiej soczewki w odległości a_2 za soczewką). Wykorzystaj następnie równanie

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b}$$

(pamiętając, że f_2 jest ujemne, a a_2 w tym przypadku również należy podstawić ze znakiem odpowiednim dla pozornego położenia – obliczenia wykonaj rozważając moduły wielkości, a znak ujemny pojawi się dla f_2 na końcu). Z równania drugiej soczewki oblicz teoretyczną wartość b (odległości obrazu od soczewki rozpraszającej) i porównaj z zmierzoną w eksperymencie. Powtórz powyższe czynności dla różnych odległości d między soczewkami (np. $d = 20 \text{ cm}$, $d = 40 \text{ cm}$) – za każdym razem ustawiaj układ i mierz, gdzie powstaje ostry obraz. Dzięki temu sprawdzisz, jak zmiana d wpływa na położenie obrazu i czy przewidywania teoretyczne zgadzają się z wynikami doświadczalnymi. 5.

Obserwacja jakościowa: W trakcie powyższych eksperymentów zwróć uwagę na charakterystykę obrazów. Czy dla różnych konfiguracji (soczewki blisko vs. daleko) obraz na ekranie ma różne rozmiary lub jasność? Jak zmienia się ogólna zbieżność układu optycznego po dodaniu soczewki rozpraszającej (czy obraz jest dalej od układu niż był przy samej soczewce skupiającej)? Spróbuj również zaobserwować obraz tworzony przez samą soczewkę rozpraszającą: usuń soczewkę skupiającą i spójrz przez soczewkę rozpraszającą na przedmiot – zobaczysz obraz pozorny (nieostry na ekranie, ale widoczny optycznie). Takie obserwacje jakościowe ułatwią zrozumienie, dlaczego bez soczewki wspomagającej rozpraszającej nie da się uzyskać obrazu rzeczywistego na ekranie.

5. Opracowanie wyników

Na podstawie zebranych danych oblicz ogniskową f badanej soczewki metodą Bessela.

Wykorzystaj przy tym zależność:

$$f = \frac{L^2 - d^2}{4L},$$

gdzie L jest odległością między przedmiotem a ekranem, a d odległością między dwoma położeniami soczewki, dla których obraz był ostry. Obliczenia dokonaj dla każdego zestawu pomiarowego (L, d).

W sprawozdaniu przedstaw wyniki pomiarów i analiz dla obu części ćwiczenia (soczewki w kontakcie oraz w odstępie):

- Ogniskowa soczewki rozpraszającej: Korzystając z danych dla soczewek w kontakcie, oblicz ogniskową f_2 soczewki rozpraszającej.
- Układ z odstępem. Dla każdej z badanych odległości d sporządź zestawienie: zmierzona pozycja obrazu (odległość obrazu od drugiej soczewki b) vs. wartość obliczona teoretycznie z dwukrotnego zastosowania równania soczewkowego. Oceń, na ile wyniki doświadczalne pokrywają się z wykresem teoretycznym.

W sprawozdaniu z ćwiczenia należy zamieścić:

- Krótki opis zastosowanej metody (jak wykonano pomiar i na czym polega metoda Bessela).
- Tabelę wyników zawierającą zmierzone wielkości (L, x_1, x_2, d) oraz obliczone wartości ogniskowej f .
- Obliczenia przykładowe dla jednego zestawu pomiarowego, ilustrujące zastosowanie wzoru Bessela.
- Dyskusję wyników: omówienie, czy wyniki mieszczą się w granicach niepewności, jakie czynniki mogły wpłynąć na ewentualne odchylenia (np. niedokładne ustawienie ostrości, błąd odczytu położenia soczewki, aberracje soczewki itp.). Warto również wspomnieć o zaobserwowanych cechach obrazów: który obraz był powiększony, który pomniejszony, i jak to odpowiada położeniu soczewki bliżej przedmiotu lub bliżej ekranu.

Pytania kontrolne do ćwiczenia:

- Dlaczego do wyznaczenia ogniskowej metodą Bessela konieczne jest zachowanie

odpowiednio dużej odległości między przedmiotem a ekranem? Co się stanie, jeśli odległość L będzie mniejsza od $4f$ badanej soczewki?

- Wyjaśnij, w jaki sposób w metodzie Bessela wykorzystywane są dwa położenia soczewki. Dlaczego w obu tych położeniach otrzymujemy ostry obraz, mimo że odległości a i b są różne?

- Porównaj metodę Bessela z bezpośrednim zastosowaniem równania soczewkowego do jednego pomiaru a i b . Jakie są zalety metody Bessela pod względem dokładności wyznaczenia ogniskowej? - Jakiego typu obraz (rzeczywisty czy pozorny, prosty czy odwrócony) powstaje na ekranie dla położenia soczewki bliższego przedmiotowi, a jaki dla położenia bliższego ekranowi? Jak to się ma do wartości powiększenia obrazu w obu przypadkach?

- Dlaczego nie da się wyznaczyć ogniskowej soczewki rozpraszającej metodą Bessela lub metodą bezpośredniego ogniskowania, używając jej samej (bez soczewki skupiającej)?